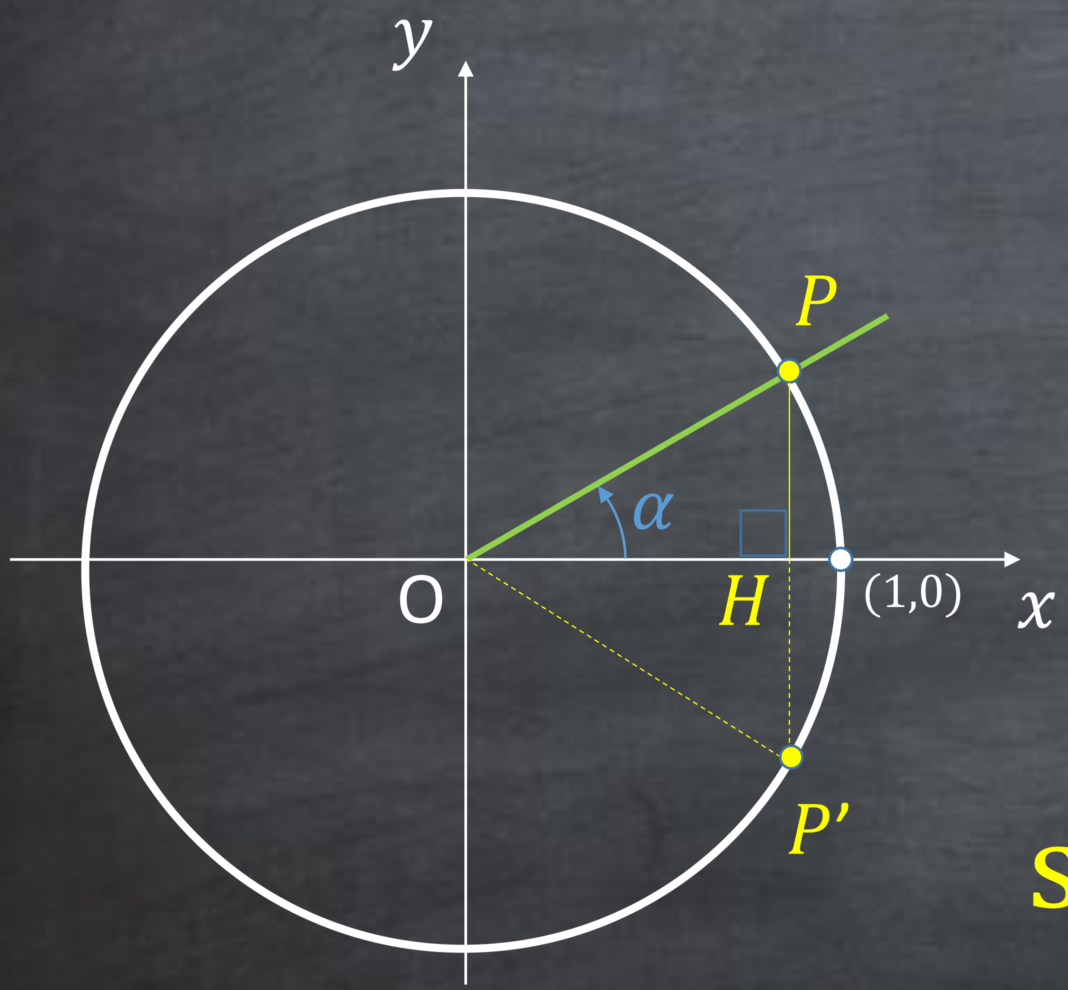
…ANCORA GONIOMETRIA

Valori delle funzioni goniometriche di angoli particolari

Seno, coseno, tangente

Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari ($\alpha = \frac{\pi}{6}$)

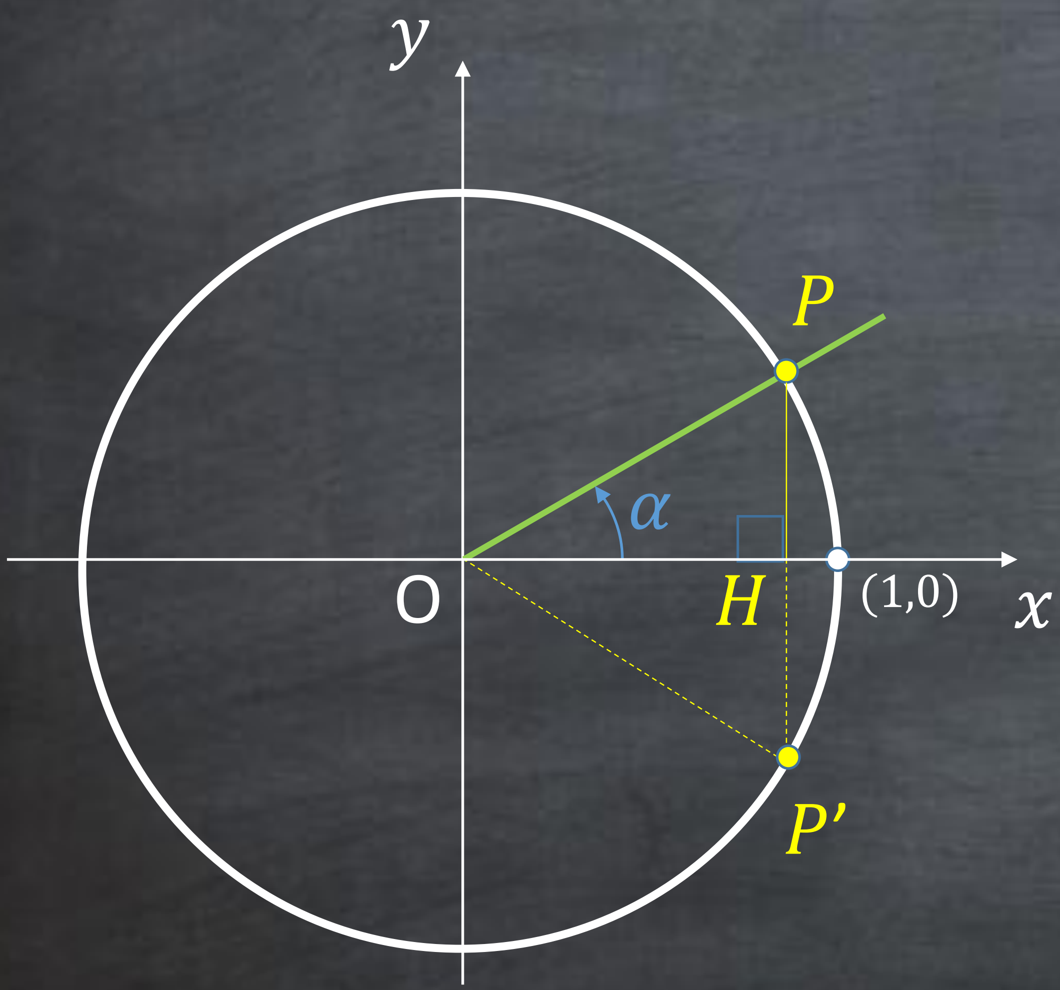


1. $\alpha = 30°$, quindi $O\hat{P}H = 60°$
2. Prolunghiamo PH fino ad intersecare la circonferenza goniometrica in P'.
3. $POH \cong OHP'$.
4. Il triangolo POP' è quindi equilatero perché tutti i suoi angoli misurano 60°
5. $\underbrace{\sin\alpha = y_P}_{\text{Per definizione}} = \overline{PH} = \frac{1}{2}\overline{PP'} = \frac{1}{2}$.

Quindi

$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari ($\alpha = \frac{\pi}{6}$)



$$\overbrace{\cos\alpha = x_P}^{\text{Per definizione}} = \overbrace{\overline{OH} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{PH}^2}}^{\text{Teorema di Pitagora}} =$$

$$= \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Allora

$$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

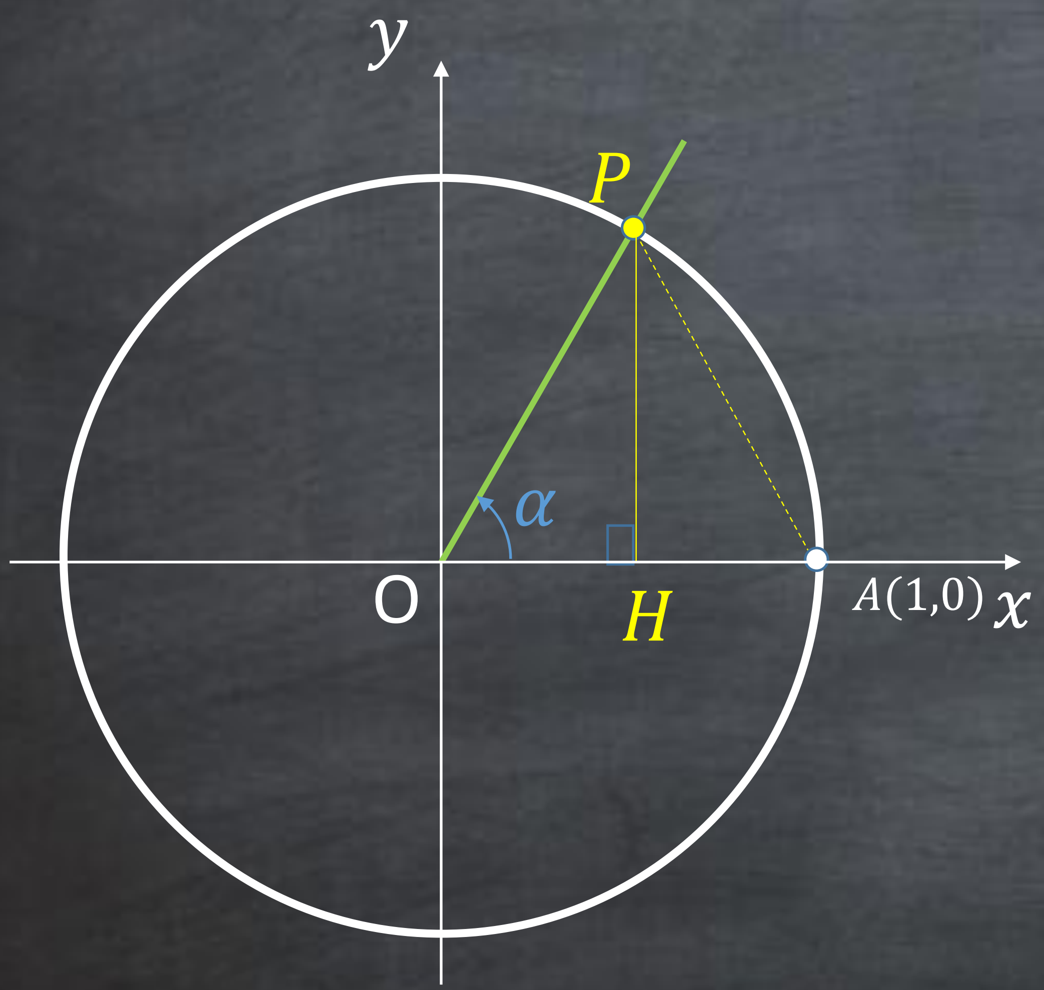
Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari ($\alpha = \frac{\pi}{6}$)

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Si ha

$$\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari ($\alpha = \frac{\pi}{3}$)

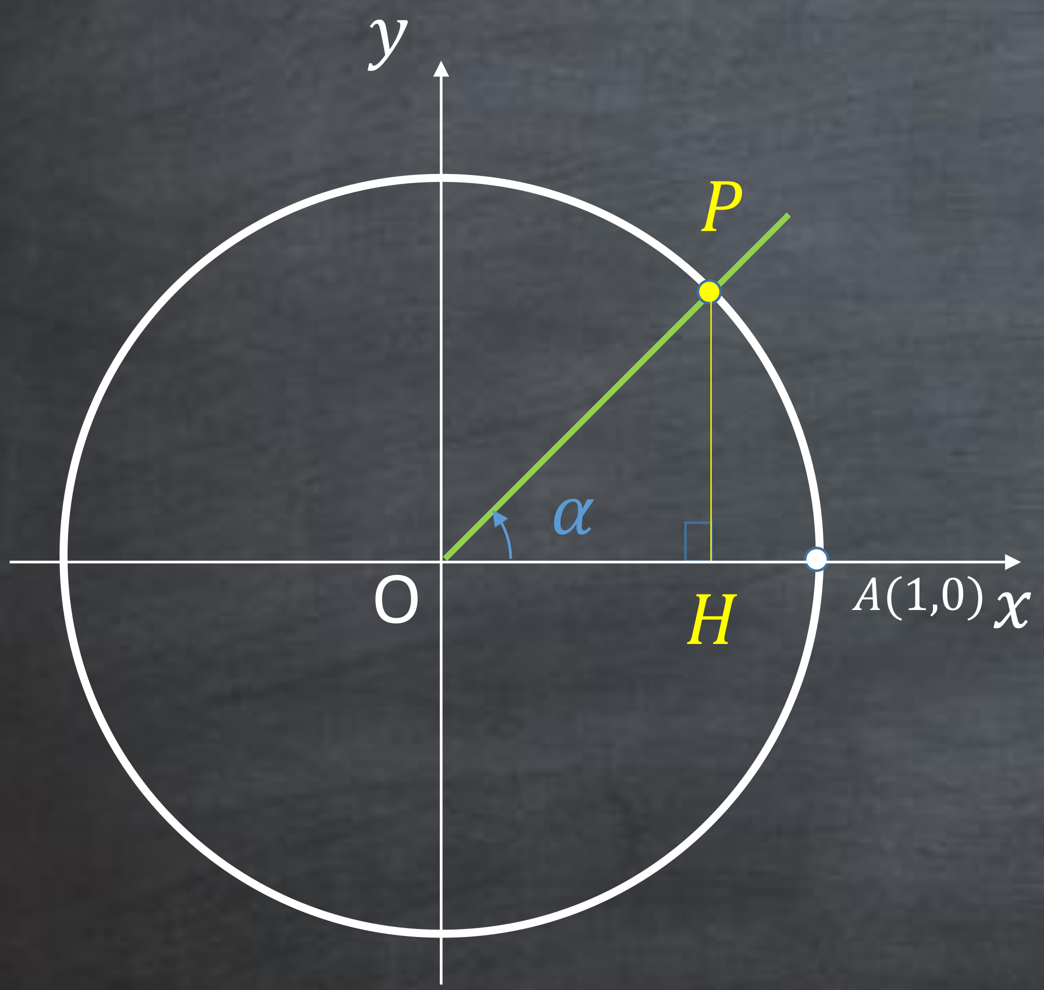


$$\left.\begin{array}{l} \overline{OP} = \overline{OA} = 1 \\ \alpha = 60° \end{array}\right\} \Rightarrow POA \text{ equilatero}$$

$$\underbrace{\cos\alpha = x_P}_{\text{Per definizione}} = \overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OA} = \frac{1}{2}$$

Inoltre, applicando il teorema di Pitagora si ricava $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e, dalla definizione di tangente, $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari ($\alpha = \frac{\pi}{4}$)



$$\alpha = 45° \implies PH \cong OH$$

Applicando il teorema di Pitagora a PHO si ottiene:

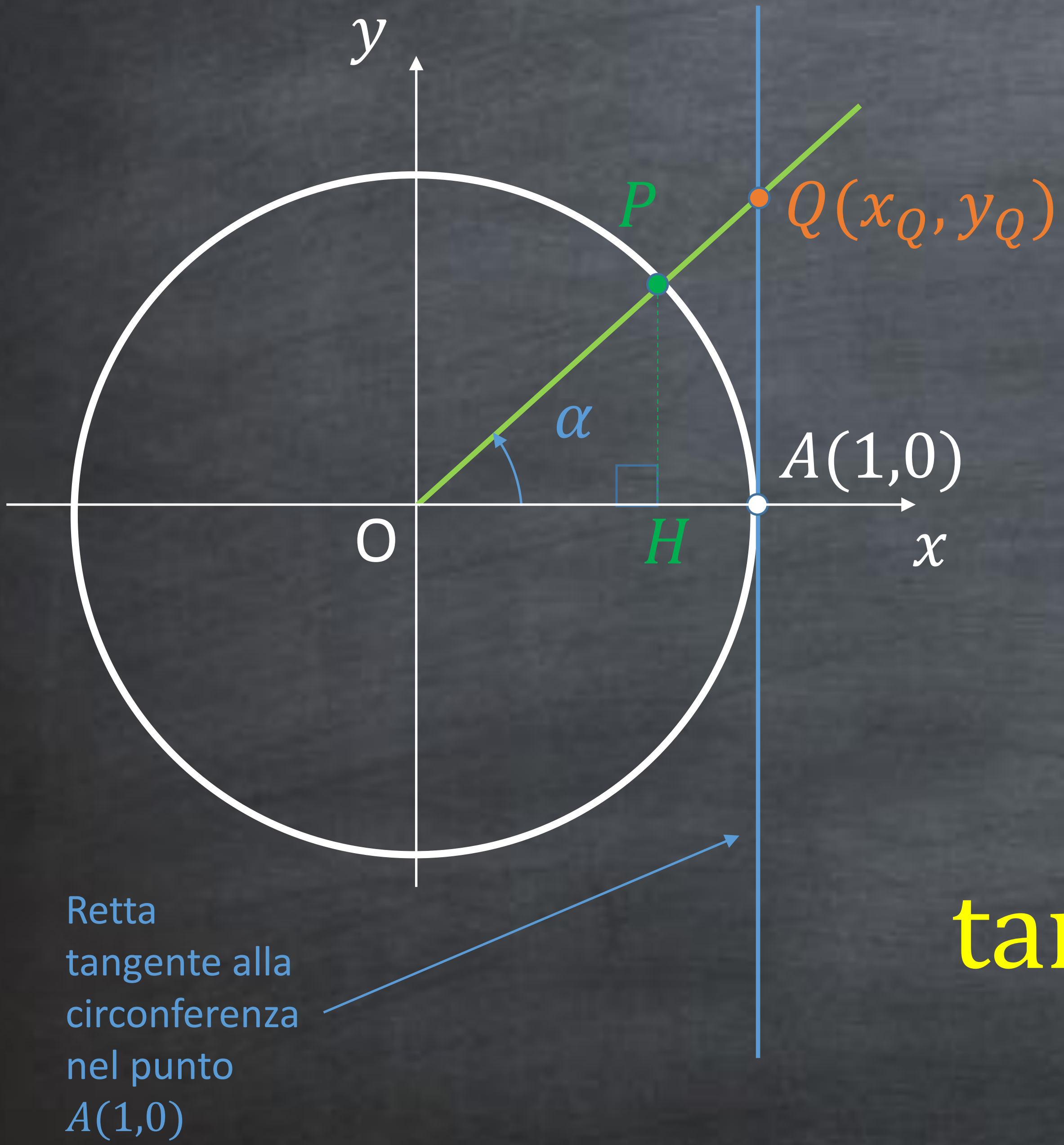
$$1 = \overline{PO}^2 = \overline{PH}^2 + \overline{OH}^2 = 2\overline{OH}^2$$

$$\overline{OH}^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{OH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$ quindi

$$\sin\alpha = \cos\alpha = \overline{OH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$ e

$$\tan\alpha = 1$$

La tangente…



$$\underbrace{\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}_{\text{Per definizione di tangente}} = \overbrace{\frac{\overline{PH}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{QA}}{\overline{OA}}}^{\text{I triangoli } POH \text{ e } QOA \text{ sono simili perché hanno tutti gli angoli congruenti}} = y_Q$$

Allora

$$\tan\alpha = y_Q$$