

Angolo

# LA GONIOMETRIA

Misura



- Come unità di misura dell'angolo viene utilizzato spesso il **grado sessagesimale** (introdotto da Sumeri e Babilonesi): preso un angolo giro, suddividendolo in **360** parti congruenti, diremo che ognuna di tali parti ha misura di  $1^\circ$ .  
Equivalentemente si può dire che l'angolo è la trecentosessantésima parte dell'angolo giro.



Il Pensatore (A. Rodin)

DOMANDONE:

Perché dividerlo proprio in 360 parti e non 23 o 55789513?



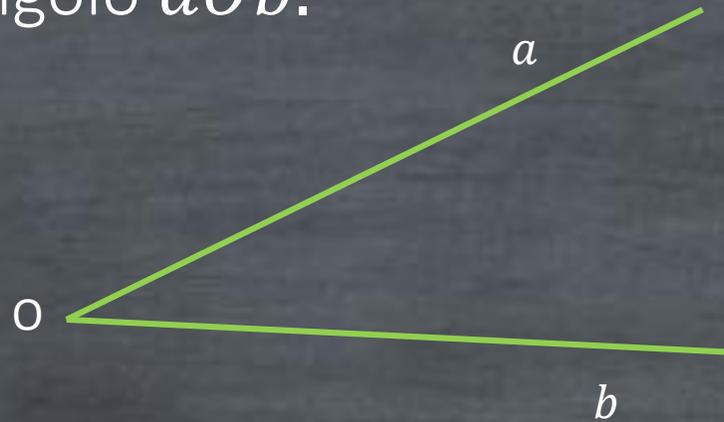
- Sessagesimale deriva da sessanta:

$$1' = \frac{1^\circ}{60} \text{ e } 1'' = \frac{1'}{60}$$



## IL RADIANTE

- Oltre che in gradi, un angolo può essere misurato in radianti.
- Consideriamo quindi un angolo  $a\hat{O}b$ .



1) Consideriamo nel piano cartesiano la circonferenza goniometrica (cioè di centro  $(0,0)$  e raggio 1)

2) Trasportiamo l'angolo  $a\hat{O}b$  nel piano cartesiano in modo da far coincidere la sua origine con l'origine degli assi e uno dei suoi lati con l'asse  $x$ .

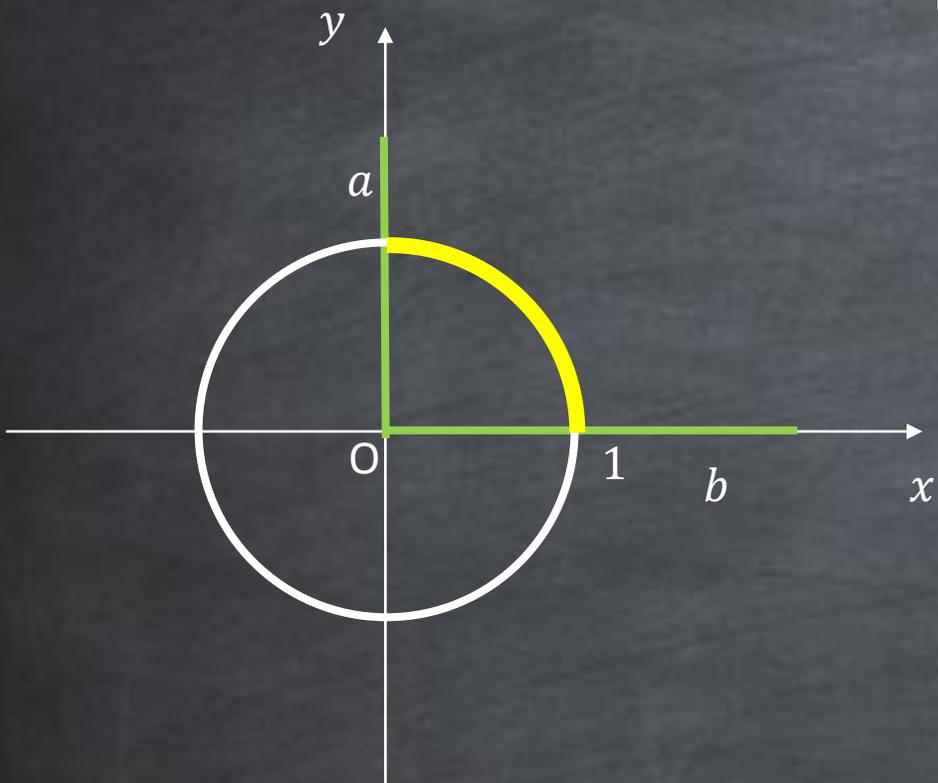
3) Arco di circonferenza **intercettato** dall'angolo  $a\hat{O}b$



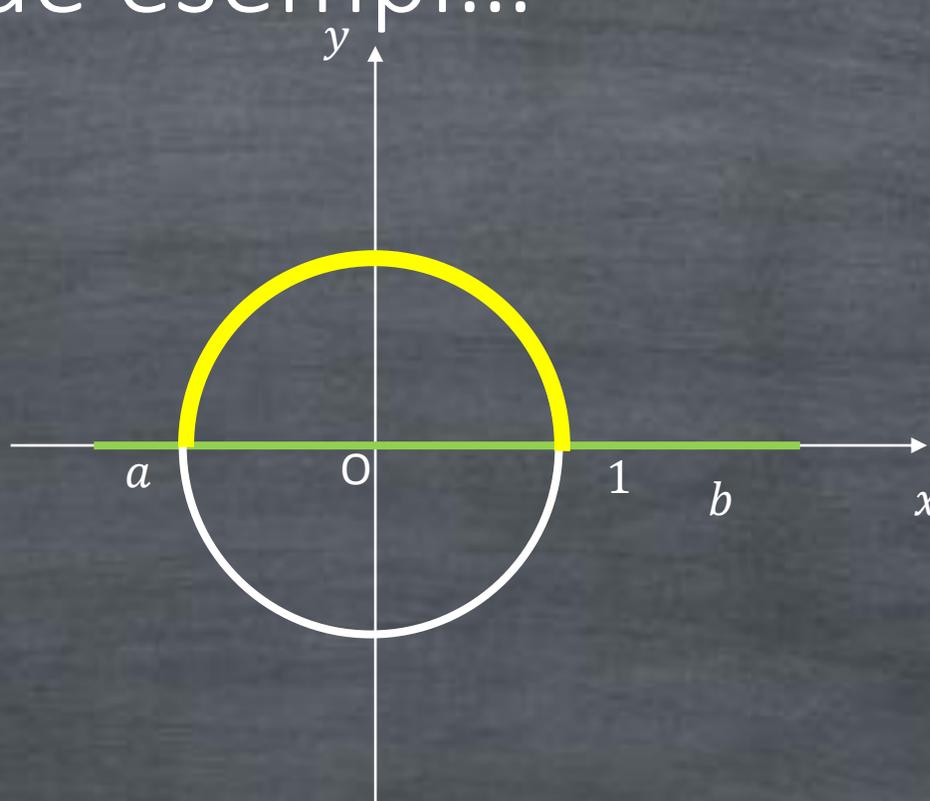
La misura in **radianti** dell'angolo  $a\hat{O}b$  è pari alla lunghezza dell'arco intercettato dall'angolo sulla **circonferenza goniometrica**, cioè alla lunghezza dell'arco di **colore giallo**



# Due esempi...



Se  $a\hat{O}b$  è **retto**, allora l'arco in giallo è un **quarto** di tutta la circonferenza goniometrica, cioè  $\frac{1}{4} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2}$ . Quindi la misura in radianti di un angolo retto è  $\frac{\pi}{2}$ .



Se  $a\hat{O}b$  è **piatto**, allora l'arco in giallo è **metà** di tutta la circonferenza goniometrica, cioè  $\frac{1}{2} \cdot 2\pi = \pi$ . Quindi la misura in radianti di un angolo piatto è  $\pi$ .



Poiché c'è una relazione di proporzionalità tra l'ampiezza dell'angolo e la lunghezza dell'arco intercettato (quello in giallo nelle figure precedenti), vale la seguente:

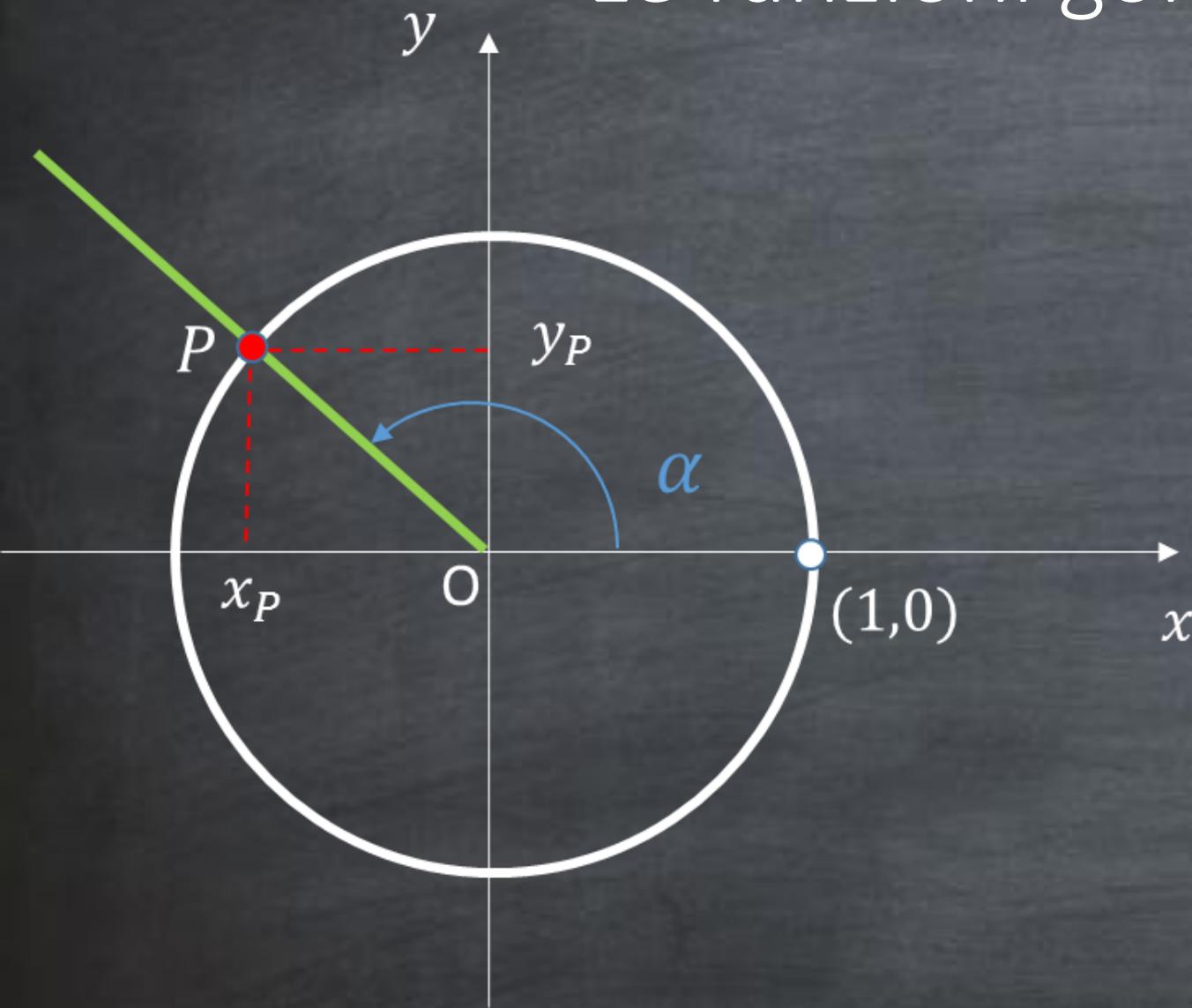
$$\alpha^{\circ} : 180^{\circ} = \alpha_{rad} : \pi$$

Con questa proporzione si può passare facilmente dalla misura in gradi di un angolo a quella in radianti e viceversa. Calcoliamo ad esempio quanto vale 1rad in gradi :

$$\alpha^{\circ} : 180^{\circ} = 1rad : \pi \rightarrow \alpha^{\circ} = \frac{180^{\circ} \cdot 1rad}{\pi} \approx 57^{\circ}17'40''$$



# Le funzioni goniometriche



Il secondo lato dell'angolo  $\alpha$  (quello verde) interseca la circonferenza goniometrica nel punto P le cui coordinate sono  $x_P$  e  $y_P$ . Si definiscono:

$$\sin \alpha = y_P$$

$$\cos \alpha = x_P$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y_P}{x_P}$$





**FINE**