L’iperbole

Definizione ed espressione cartesiana

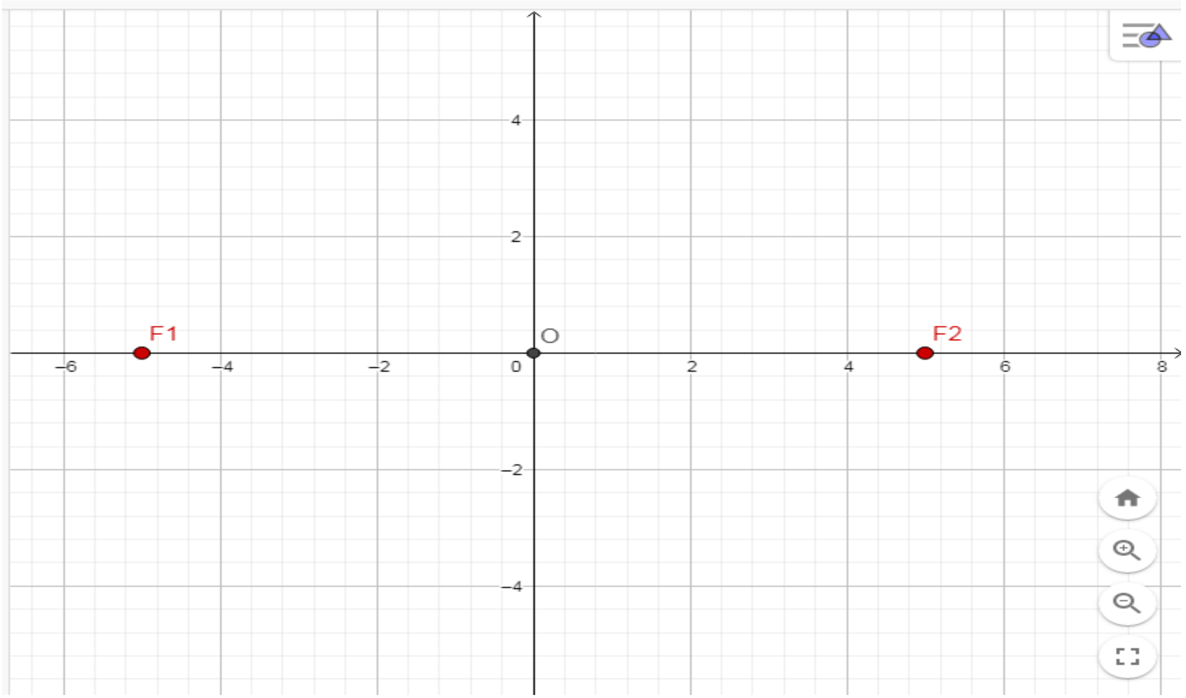
- Fissati due punti detti FUOCHI F_1 e F_2, si chiama IPERBOLE l'insieme di tutti i punti P del piano, per i quali

$$|PF_1 - PF_2| = 2a$$

- Dove a è un numero reale *positivo* e il due serve solamente per semplificare i calcoli al fine di trovare l'equazione cartesiana.

- In altre parole l'iperbole è l'insieme dei punti per i quali è costante, in valore assoluto, la sottrazione tra le distanze di questi punti dai fuochi.
- C'è bisogno di mettere il valore assoluto perché la distanza PF_1 può essere minore di PF_2.
- Ricaviamo ora l'equazione dell'iperbole che ha i fuochi

sull'asse x, supponendo inoltre che siano simmetrici rispetto all'origine O (cioè $\overline{OF_1}=\overline{OF_2}$).



- Consideriamo un qualsiasi punto $P(x, y)$. E diciamo $F_1(-c, 0)$; $F_2(c, 0)$ dove $c > 0$.

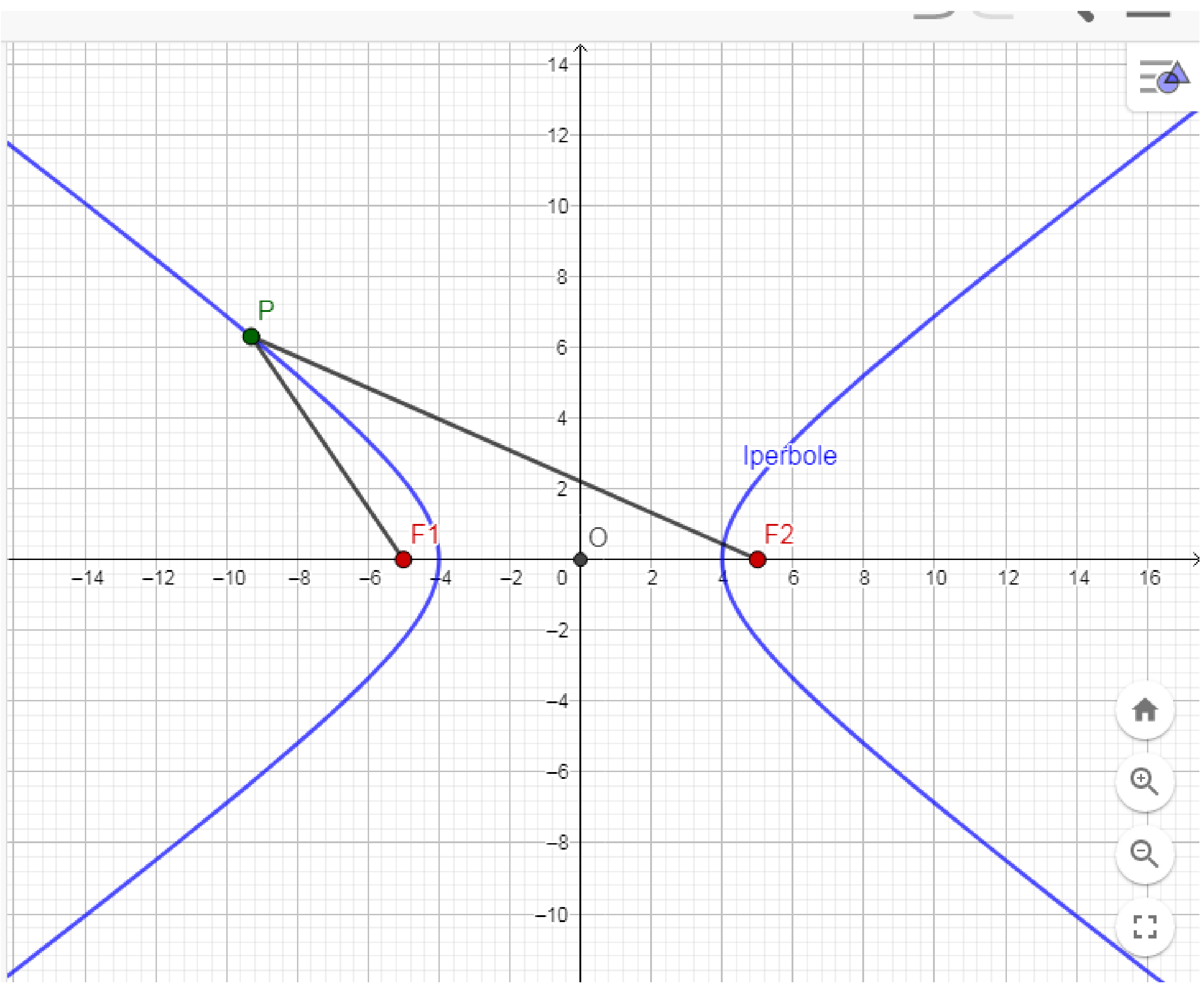
- Dalla definizione $|PF_1 - PF_2| = 2a$ si ottiene

$$\left|\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right| = 2a$$

Perché la «prima radice» è la distanza PF_1 e la «seconda radice» è la distanza PF_2.

- Facendo i calcoli si ottiene:

$$(c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = (c^2 - a^2)a^2$$



Dall'ultima equazione, ponendo $c^2 - a^2 = b^2$, si ottiene

$$(b^2)x^2 - a^2y^2 = (b^2)a^2$$

E dividendo tutto per a^2b^2 si ha:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

cioè l'equazione canonica dell'iperbole con i fuochi sull'asse x.